

**ASAMBLEA ANUAL DE CLADEA 2006**  
**Groupe Sup de Co Montpellier**  
**Montpellier, Francia**

**América Latina y Unión Europea:**  
**Oportunidades y Desafíos**

## **IV COLOQUIO PREDOCTORAL**

**ORGANIZADORES : UNIVERSIDAD ESAN**  
**UNIVERSIDAD DE CHILE**

---

**El valor del cliente en la incertidumbre.**

by

**Mauricio Ortigosa**  
**Ph. D. Candidate**

**Doctorado en Ciencias Empresariales**  
**Universidad de Barcelona, España**

**Advisors:**  
**Ana María Gil Lafuente, Ph.D.,**  
**Universidad de Barcelona**

## El valor del cliente bajo incertidumbre

### 1. Resumen.

El valor del consumidor (Customer Lifetime Value) ha sido estudiado desde hace tiempo por investigadores en las áreas de marketing. La mayoría de estas investigaciones están basadas en supuestos deterministas tomando en consideración datos ciertos, o aleatorios asumiendo que hay datos estadísticamente mensurables o contruidos a partir de razonamientos que permitan aceptar a priori leyes de probabilidad. Con estas dos premisas se determinan las magnitudes o eventos futuros que intervienen en el cálculo del valor económico del cliente. En el segundo supuesto, a través de las leyes de probabilidad, los autores han estudiado la incertidumbre inherente al futuro de esta forma.

Al hablar de modelos del valor del consumidor donde se involucran magnitudes que hacen referencia al futuro, a menudo se obvia el carácter mutable e incierto del entorno en el cual queda reflejado el modelo que se desea construir. Es por ello que en muchas ocasiones dichos modelos resultan excesivamente precisos para poder reflejar la realidad.

En nuestra investigación el término *incertidumbre* incorporada a los modelos, hace referencia a eventos o magnitudes del futuro, donde el pasado no aporta nada o muy poca información. La incertidumbre no posee leyes y está deficientemente estructurada y cuando se explica se hace de manera subjetiva, aspecto no cubierto por los modelos existentes. Esto es en esencia la aportación principal de la actual investigación.

Para lograr lo anterior, se abre un camino desarrollando una versión en la incertidumbre al modelo estructural básico del valor del cliente (CLV); cuyo principio se basa en equiparar el CLV y el valor actual neto (VAN) de los flujos económicos futuros de cada consumidor. Las magnitudes involucradas en el cálculo del valor económico, se originan sólo por medio de la opinión autorizada de uno o varios expertos, quienes emiten sus estimaciones a través de estructuras inciertas (imprecisas o borrosas) pero quizás más cercanas a la realidad. Con esto, no se pretende reemplazar la teoría de la probabilidad en la medición de la aleatoriedad, sino proporcionar una manera natural de trabajar con problemas en donde la fuente de imprecisión radica en la ausencia de criterios estrictos más que en la presencia de variables aleatorias o de datos ciertos.

**Palabras clave:** Valor del cliente, valor del consumidor, modelos del valor del cliente, intervalos de confianza, incertidumbre, subconjuntos borrosos, números borrosos triangulares, subconjuntos aleatorios borrosos, Fuzzy-Delphi, contraexpertizaje.

### 2. Introducción.

La presente investigación surgió de revisar el concepto del valor del cliente así como las técnicas e instrumentos utilizados para resolver el cálculo del valor económico del cliente durante la relación con la empresa, en términos anglosajones se suele denominar como "Customer Lifetime Value" (CLV).

De una muestra representativa de los modelos desarrollados sobre el valor del cliente en la literatura revisada, se observó que ninguno de ellos considera el tratamiento de la *"incertidumbre"* como algo que hace referencia al futuro donde el pasado no aporta nada o muy poca información, para una acertada previsión de eventos o magnitudes involucradas en el valor económico del cliente. Algunos autores mencionan hacer frente a la incertidumbre y lo hacen basados en comportamientos o datos históricos para establecer leyes de probabilidad o estadísticas que permitan predecir eventos o valores futuros. Está claro que el término incertidumbre tiene para esos autores otro significado que el utilizado en nuestro trabajo.

No se pretende reemplazar la teoría de la probabilidad en la medición de la aleatoriedad, sino proporcionar una manera natural de trabajar con problemas en donde la fuente de imprecisión radica en la ausencia de criterios estrictos más que en la presencia de variables aleatorias o de datos ciertos.

Por tal motivo, consideramos que el tratamiento de la incertidumbre en los modelos del valor del cliente, nos permite incrementar en alguna medida la comprensión del campo de estudio sobre la materia.

Con esta génesis, se ha desarrollado el presente trabajo con la finalidad de proponer una metodología para calcular el valor del cliente mediante un conjunto de herramientas adecuadas para trabajar magnitudes inciertas, borrosas, subjetivas pero quizás más cercanas a la realidad.

Se ha dividido el trabajo en dos partes: la primera, describe un marco teórico-conceptual incluyendo el estado de la cuestión, donde se desprende la necesidad de abordar el tema del valor del cliente desde la óptica de la incertidumbre. En la segunda parte del trabajo, se desarrolla un modelo incierto inspirado en el modelo estructural básico con las variables expresadas en estructuras propias de la matemática de la incertidumbre, incluyendo algunos caminos para estimar la duración del cliente en la empresa.

Cabe aclarar que por la naturaleza de la investigación, no se trata de una determinada realidad observable (empírica), sino que se pretende llegar a expresiones conceptuales racionales sobre el tema investigado. Se trata de una investigación de tipo teórico-metodológica.

## 2.1 Antecedentes y Estado Actual (estado de la cuestión).

Al estudiar el valor del cliente (CLV) es necesario situarlo en un marco teórico-conceptual. Dicho término alcanza su mayor protagonismo en el marketing relacional, siendo éste el nuevo paradigma del marketing de nuestros tiempos.

Uno de los pioneros en utilizar el término de marketing relacional fue Leonard Berry en 1983 con estudios en marketing de servicios en Estados Unidos. Kandampully y Duddy (1999) describen la definición inicial de L. Berry acerca del marketing relacional de forma muy simple:

*“atraer, desarrollar y retener las relaciones con los consumidores”*

Otros autores como Morgan y Hunt (1994), Grönroos (1994), Gummesson (1996), Alet (2004) y varios más, contemplan en sus definiciones de marketing relacional tres elementos comunes a todos ellos:

1. El concepto de *relación*, que está presente en todos.
2. La *interactividad*, que se genera a partir del entramado de las relaciones entre las distintas figuras que intervienen en los procesos.
3. El carácter *temporal o a largo plazo* que se atribuye a toda relación.

Con estos elementos, aspectos tan comunes como participación de mercado, volumen de ventas, medidas financieras normalmente a corto plazo, entre otros más, dejan paso a nuevos indicadores como por ejemplo: la tasa de retención de clientes, el coste de adquisición de nuevos clientes, la vida media de un cliente, el valor del cliente (Customer Lifetime Value = CLV) y muchos más.

De todos estos indicadores, y atendiendo al arte de atraer y retener consumidores rentables con una perspectiva de relación a largo plazo con cada cliente, el valor del cliente (CLV) ha llamado la atención para ser estudiado desde hace tiempo por diversos investigadores en el área de marketing. En última instancia, es la mejor fuente de financiación de cualquier empresa.

Para tener una idea más precisa sobre el impacto que puede tener el valor del cliente (CLV) en la empresa, se han revisado varios componentes que consideramos de vital importancia: los beneficios económicos, la fidelidad y la duración del cliente con la empresa.

Entre los primeros investigadores que realizaron estudios sobre el impacto económico que genera la fidelidad del cliente se encuentran Reichheld y Sasser (1990). Ellos mencionan que una reducción del 5% en la retención de los clientes, el valor presente neto de los flujos de efectivo en la relación de un cliente promedio, puede ser

incrementada del 25% al 85% según la actividad. Reichheld (2002) en su nueva edición del clásico libro escrito en 1996 "The Loyalty Effect", menciona que para tratar a los clientes como activos económicos, es necesario cuantificar y predecir la duración o permanencia del cliente con la empresa y el ciclo del flujo monetario del cliente.

El esquema conceptual de fidelidad más completo en la literatura sobre éste tema fue desarrollado por Dick y Basú (1994). Ellos establecen que la fidelidad es el resultado entre una actitud relativa hacia una entidad (producto, empresa, marca, etc.) y un comportamiento repetido.

A pesar de su aparente simplicidad, la fidelidad ha sido estudiada ampliamente por varios autores. En relación a los programas de fidelidad que ponen en marcha cientos de empresas, los estudios empíricos han demostrado que dichos programas son más limitados de lo que uno puede esperar.

Además de los dos componentes mencionados: beneficios económicos y fidelidad, encontramos un tercer elemento, la duración o permanencia del cliente con la empresa. Este aspecto ha sido desarrollado y estudiado por Reinartz y Kumar (2000) en donde ponen en evidencia la débil relación positiva entre el aumento de los beneficios económicos y la permanencia del cliente con la empresa en relaciones no contractuales, contrario a los resultados obtenidos por Reichheld y varios seguidores.

Para tener un adecuado marco teórico es necesario además de haber ubicado el valor del cliente (CLV) como un elemento central dentro del marketing relacional conectado con los beneficios, la fidelidad (o retención) y la duración del cliente con la empresa. Es necesario centrarnos en el valor del cliente y ver cuál es el estado de la cuestión.

Al respecto, podemos decir que el estudio del valor del cliente (CLV) tiene en la actualidad una gran importancia para los docentes e investigadores. Los modelos del CLV se han ido presentando a través de varios autores reconocidos en esta materia. Como es natural pensar, los modelos tienen sus propias limitaciones ya que funcionan bajo determinados supuestos o premisas.

En el desarrollo de la presente investigación se han revisado varios modelos representativos entre los muchos que nos ofrece la literatura sobre el tema. Sin embargo, la mayoría de los modelos están basados en supuestos deterministas o aleatorios al medir magnitudes o eventos que hacer referencia al futuro.

Dentro de los estudios realizados sobre el valor del cliente, existe una línea orientada al análisis con bases de clientes. En estos modelos se toma en cuenta el comportamiento de compra pasada (datos históricos) a partir de la base entera de clientes con la finalidad de poder obtener las probabilidades de compra en el siguiente periodo.

A este respecto, se ha seleccionado uno de los modelos más referenciados en la literatura consultada, nos referimos al modelo Pareto/NBD. Dicho modelo desarrollado por Schmittlein, Morrison y Colombo (1987) permite, en relaciones no contractuales, calcular la probabilidad de que un cliente se encuentre activo en una base de datos. Además es útil para el cálculo del CLV en una base de datos ya que es posible determinar:

1. El número de clientes activos que tiene la empresa hoy.
2. La tendencia del número de clientes activos en el tiempo.
3. Identificar los clientes más probables de ser clientes activos y
4. Determinar el número de transacciones (o compras) que se prevé para el siguiente año con esos clientes individual y colectivamente.

Una conclusión en relación a este modelo Pareto/DBN, es que aún cuando es un buen instrumento para determinar tanto la duración de vida como los montos de las transacciones, su aplicación es de cierta complejidad para obtener dichas probabilidades: implica la estimación de varios parámetros, y una vez determinados, no es tan sencillo obtener el volumen de compras futuras de un cliente si no se tiene toda la información

que el modelo requiere. Sin quitarle su gran merito a estos resultados, por su propia naturaleza, hacen muy difícil el uso de estas herramientas en la práctica empresarial de cada día.

Por otro lado, y para mostrar una metodología muy distinta a la anterior, Huete y Pérez (2003) presentan unos principios matemáticos para calcular el valor del cliente partiendo de una base de datos por cohortes o generaciones. Los autores proponen incorporar el efecto de la fidelidad y proponen utilizar herramientas estadísticas como regresión y series temporales para determinar las cifras en los periodos futuros.

En definitiva es un modelo bueno para comprender la lógica del valor del cliente pero contempla grandes limitaciones en su aplicación, es decir, supone una gran parte de comportamientos estables y por tanto predecibles, algo retirado de la realidad de hoy.

Existen otros modelos para calcular el CLV que aún cuando no se mencionan en el presente documento, vemos que se basan en supuestos deterministas o aleatorios. Con esta breve descripción del estado de la cuestión, hemos podido constatar que de la muestra representativa de los modelos revisados, ninguno de ellos considera a la *"incertidumbre"* tal y como la definimos en la introducción, en el mejor de los casos con un significado distinto, le dan un tratamiento aleatorio al referirse a ella. Es precisamente este aspecto el que da origen al problema de investigación: ¿Cómo incorporar el tratamiento de la incertidumbre, desde nuestra definición, en los modelos del CLV?

## 2.2 Objetivos de la investigación.

Por las razones anteriores, podemos establecer de manera explícita el objetivo general de la presente investigación:

*"Desarrollar una versión del modelo estructural básico que permita calcular el valor del cliente (CLV), incorporando como elemento no contemplado en los modelos actuales, el tratamiento de la incertidumbre en la medición de las diferentes magnitudes involucradas para ello: ventas, costes, tasas de descuento y tiempo".*

Para lograr lo anterior se han establecido como consecuencia, los siguientes objetivos específicos para ayudar a resolver el cálculo del CLV bajo incertidumbre:

- Conformar una caja de herramientas adecuada para el tratamiento de la incertidumbre.
- Desarrollar algunas expresiones matemáticas del modelo estructural básico que correspondan a las diferentes estructuras en el tratamiento de datos bajo incertidumbre
- Proponer alguna metodología que permita estimar el tiempo o duración del cliente con la empresa cuando no exista una relación contractual.

## 2.3 Aportaciones.

Consideramos que la incorporación del tratamiento de la incertidumbre, bajo nuestra definición, en los modelos del valor del cliente es una buena aportación al cuerpo de conocimiento sobre este tema.

Para lograr lo anterior, queremos desarrollar una versión incierta del modelo estructural básico del CLV con información considerada como subjetiva. La información proviene tan sólo de la opinión de uno o varios expertos, que emiten sus estimaciones a las magnitudes involucradas en el cálculo, a través de las estructuras que permite la matemática de la incertidumbre: intervalos de confianza, tripletas de confianza y números borrosos, entre otros.

Con estas herramientas podemos obtener como resultado, *límites numéricos* que sean representativos del valor económico del cliente, donde la amplitud entre dichas fronteras, significa la incertidumbre involucrada en las magnitudes que intervienen en el cálculo del CLV, obteniendo resultados de forma imprecisa pero no errónea. Con esto

esperamos incrementar en alguna medida la comprensión del campo de estudio sobre la materia.

Como resultado de una aportación que merece ser mencionada, se encuentran las leyes de posibilidad de vida como camino alternativo al modelo de Pareto/DBN cuando no es posible contar con datos históricos que permitan elaborar probabilidades o estimaciones a parámetros que son necesarios para el correcto uso de dicho modelo.

En todo caso, esperamos poner en evidencia que las nuevas matemáticas de la incertidumbre, en sus diferentes modalidades resultan de gran utilidad para hacer frente a los problemas del CLV cuando no se puede contar con información considerada como "objetiva". Es decir, bajo supuestos deterministas o aleatorios.

### 3. Metodología.

La metodología que se ha utilizado en la presente investigación, corresponde a una línea de trabajos que se han desarrollado en Europa a través de dos grandes investigadores: Arnold Kaufmann (finado), pionero de la investigación operativa en el continente europeo y Jaime Gil Aluja, reconocido internacionalmente por sus investigaciones en la gestión de empresas bajo el tratamiento de la incertidumbre. Los autores anteriores han transformado instrumentos ya empleados en el ámbito de la certeza o de lo probable para aplicarlos en un entorno incierto. De aquí que surja el interés para estudiar las técnicas y herramientas para el tratamiento de la incertidumbre.

Al ser la presente Tesis de tipo *teórica-metodológica*, el primer término significa que no vamos a estudiar una realidad observable (empírica), sino que se pretende llegar a expresiones conceptuales racionales sobre el tema investigado. El segundo término: la parte metodológica se encuentra presente al tratar de resolver el problema del valor del cliente bajo determinadas premisas.

A pesar de no existir datos empíricos, la metodología consiste en partir de una determinada situación bajo ciertas premisas basadas en la certeza o aleatoriedad, y de manera gradual, en diferentes etapas, vamos eliminando dichos supuestos para situarlos en la incertidumbre.

El modelo desarrollado en el presente trabajo, parte de ciertas premisas basadas en la certeza para determinar las magnitudes involucradas en el cálculo del CLV; posteriormente, vamos sustituyendo dichas magnitudes por otras expresadas en forma imprecisa. Al final del proceso, podemos obtener una versión del modelo con la característica de que todas o casi todas las premisas ahora se encuentren bajo incertidumbre. En esta parte de la investigación pasamos de la certeza a la incertidumbre; en otros casos dicha metodología es utilizada para ir de lo probable o aleatorio al ámbito de la incertidumbre.

Al ser las matemáticas de la incertidumbre una generalización de las matemáticas mecanicistas y aleatorias, se cumple la conocida proposición según la cual lo general es cierto para lo particular, pero lo particular no siempre es cierto en un supuesto general. Esto significa que es posible llegar a modelos racionales con la matemática de la incertidumbre que representen situaciones más generales, teniendo unas características comunes entre ellos. Desde este punto de vista, esto es consistente con el método general inductivo de investigación; en este caso, aplicado a una investigación teórica-metodológica.

Además, podemos agregar que la investigación esta basada en técnicas de documentación con una gran cantidad de referencias bibliográficas sobre el tema. No obstante, nosotros hemos seleccionado la de mayor relevancia para nuestros objetivos, donde se recogen los modelos que han realizado los investigadores más destacados en la materia en estudios tanto empíricos como teóricos.

Dentro de la muestra obtenida en dichos modelos del CLV, seleccionamos el modelo *estructural básico*, cuyos principios son similares a los criterios financieros para valorar una inversión: como lo indica Pfeifer, Haskins y Conroy (2005), el valor de la vida

del cliente (CLV) debería de coincidir con el significado del valor presente neto (VAN) y es consistente con los principios fundamentales de finanzas. Con la diferencia que el modelo resultado de la presente investigación teórica tiene incorporada la incertidumbre en sus elementos.

#### 4. Presentación de herramientas y modelos propuestos

Antes de desarrollar los modelos del valor del cliente con incertidumbre, se muestran los fundamentos necesarios sobre la teoría de la incertidumbre y los subconjuntos borrosos. Con estos antecedentes, se toma como referencia el modelo estructural básico en condiciones de certeza y a través de varias etapas, se van introduciendo magnitudes inciertas en el cálculo del valor del cliente; la variable tiempo en esta parte, es considerado como un dato en la certeza ya que existe una relación contractual. Posteriormente se desarrolla una propuesta para estimar la duración del cliente con la empresa bajo incertidumbre en relaciones no contractuales.

Las variables involucradas en el modelo estructural básico son: ventas, costes y tasas de actualización (o descuento). Además, los flujos de costes e ingresos por ventas se asumen en el mismo periodo de tiempo y no existen colapsos significativos entre los costes de venta, costes de retención y costes de captación (o adquisición).

Por tanto el modelo estructural básico del CLV bajo condiciones de certeza es:

$$CLV = \sum_{t=1}^n CB_t [1/(1+i)^t] - CC$$

Donde:

$V_t$  = Ventas en cada periodo

$CV_t = CP_t + CS_t$  = Coste de venta en cada periodo, incluye: costes del producto y costes de servicios adicionales.

$CB_t$  = Contribución bruta por consumidor en cada periodo:  $V_t - CV_t$

$CC$  = Coste de captación (publicidad, comunicación, etc.)

$n$  = número de periodos (años, meses, etc.)

$i$  = tasa de actualización (o de descuento) anual (apropiada para las inversiones de marketing).

*Ejemplo numérico.* Si deseamos obtener el valor del cliente bajo condiciones de certeza, imaginemos que un cliente tiene un contrato por 4 años cuya venta anual es de 100u.m. Suponemos también que el coste de venta es fijo de 25 u.m., incluye coste del producto y servicios adicionales. Por tanto la contribución bruta cada año es de 75 un.m.. Si consideramos un ambiente estable con una tasa previsible y fija del 2% anual por concepto del valor del dinero en el tiempo, sin afectar costes. El resultado bajo estas premisas es un número cierto que representa, en cantidades monetarias, el valor del cliente durante el periodo considerado. En este caso, el cliente tiene un valor de 215,58 u.m.

***Sustitución de los supuestos de la certeza a la incertidumbre: Las tasas, costes y ventas expresadas a través de magnitudes inciertas.***

En base al modelo estructural básico, las magnitudes que intervienen en el cálculo del valor del cliente son: tasa de actualización (o descuento), costes y ventas, y tiempo o duración del cliente con la empresa. Esta última variable en una relación contractual con la empresa, se toma como un dato cierto y por tanto no hay incertidumbre en esta variable por ahora.

El primer paso para introducir la incertidumbre en los modelos del CLV es a través de los **intervalos de confianza**. Es la estructura más simple dentro de la teoría de la

incertidumbre. A pesar de la aparente simplicidad, su aritmética tiene ciertas reglas especiales que la hacen más general que la aritmética habitual.

Como se mencionó anteriormente, la metodología a seguir fue en etapas. En un primer paso, se consideró solamente la variable tasa de actualización bajo incertidumbre. Continuando con el mismo ejemplo, supongamos que el responsable del área en la empresa, debe expresar una previsión de dicha tasa en forma de datos inciertos (intervalos de confianza). Es decir, debe asignar un valor de la forma:  $\tilde{i}_1 = [a_1; a_2]$  para cada año de la relación con el cliente, expresando que la tasa de actualización no será menor que  $a_1$  ni superior al valor  $a_2$ . Supongamos que el experto estima las siguientes tasas para los 4 años:

$$\tilde{i}_1 = [2\%; 4\%] \quad \tilde{i}_2 = [3\%; 6\%] \quad \tilde{i}_3 = [3\%; 7\%] \quad \tilde{i}_4 = [4\%; 9\%]$$

Dejando los demás supuestos iguales y con los mismos datos, resulta que el valor del cliente ya no es expresado como un número cierto. Ahora adquiere la forma de un intervalo de confianza. En este ejemplo y desarrollando los cálculos, el valor del cliente resulta ser:

$$\tilde{CLV} = [191,75; 211,25]$$

El cliente, durante el tiempo que dura la relación con la empresa tiene un valor no inferior, en el peor de los casos de 191, 75 u.m., pero no superior en el mejor de los casos a 211, 25 u.m. en virtud de la incertidumbre incorporada en la tasa de actualización.

Siempre y cuando consideremos la contribución bruta marginal (CBM) constante en cada periodo, la expresión del modelo estructural básico del CLV se transforma en:

$$\tilde{CLV} = [CBM ; CBM] \sum_{n=1}^m \left[ [1;1] / \prod_{j=1}^n (1(+)\tilde{i}_j) \right] (-) [CC; CC]$$

***Ecuación No.1 Valor del cliente con tasas inciertas ( $\tilde{i}_j$ ), expresadas en intervalos de confianza***

Donde: CBM es la contribución bruta marginal incierta  
CC son los costes de captación inciertos al inicio de la relación

En la siguiente etapa, si introducimos magnitudes inciertas también en los costes y ventas, podemos obtener una expresión del valor del cliente similar a la anterior excepto que incorporamos a la sumatoria la contribución bruta marginal (CBM) incierta en cada periodo.

Continuando con el mismo ejemplo, supongamos que el responsable estima un nivel de ventas bajo incertidumbre en u.m. de un cliente durante los cuatro periodos de:

$$\tilde{V}_1 = [75; 80], \tilde{V}_2 = [78; 85], \tilde{V}_3 = [80; 90], \tilde{V}_4 = [75; 85]$$

Para esos niveles de ventas, el experto realiza unas estimaciones de costes inciertos de:



$$\tilde{C}_1 = [20; 25], \tilde{C}_2 = [24; 28], \tilde{C}_3 = [28; 35], \tilde{C}_4 = [22; 30]$$

Con estos datos, obtenemos la contribución bruta para cada año:

$$\tilde{CB}_1 = [50; 60], \tilde{CB}_2 = [50; 61], \tilde{CB}_3 = [45; 62], \tilde{CB}_4 = [45; 63]$$

El resultado para el mismo ejemplo numérico es similar al anterior. Siendo en este caso:

$$\tilde{CLV} = [96,4; 106,48]$$

Nos damos cuenta que los resultados no son números ciertos, son intervalos de confianza.

Con estos dos primeros modelos del CLV expresados en intervalos de confianza, podemos dar un paso adelante expresando las magnitudes que intervienen en el cálculo del CLV con tripletas de confianza o cuádruplos de confianza. Esto quiere decir que las variables a predecir bajo incertidumbre, además de los dos extremos (intervalos de confianza), se emite un tercer nivel de máxima presunción ya sea como dato cierto (tripleta de confianza) o expresado a su vez como intervalo de confianza (cuádruplo de confianza). Por tanto el CLV queda expresado en forma de tripleta o cuádruplo de confianza.

Presentamos una modificación a los modelos anteriores, ahora desarrollando una estructura un poco más sofisticada en el tratamiento de la incertidumbre, estamos hablando de los subconjuntos borrosos y números borrosos.

Antes, si un cliente tiene la posibilidad de realizar una compra, podemos estimar que el valor de la venta puede oscilar entre 40 y 100 u.m. (situación de intervalo de confianza). Ahora en múltiplos de 10 u.m. también se puede dar una estimación subjetiva a la venta utilizando una valuación en la escala [0,1], siendo 1 el de mayor presunción. Por ejemplo:

	40	50	60	70	80	90	100
$\tilde{A} =$	0,5	0,9	0,3	1	0,8	0,5	0,9

De esta forma, además de los valores extremos [40; 100] y el máximo de presunción ubicada en 70 u.m., también se puede asignar un grado de posibilidad en dicha escala para cada posible venta considerada.

No obstante, se determinó realizar una frecuente simplificación al respecto: en lugar de trabajar con subconjuntos borrosos, si se asume que hay un comportamiento proporcional entre el máximo de presunción y los dos extremos, entonces se puede trabajar las magnitudes involucradas en el CLV como números borrosos triangulares (NBT).

Gil Aluja (2002) menciona que todo problema situado en el ámbito de la incertidumbre es susceptible de ser tratado a través de la teoría de los subconjuntos borrosos, en particular los NBT.

En este caso, todas las magnitudes involucradas: tasas de actualización (o descuento), costes y ventas, aunque al emitir su estimación se expresan de forma ternaria:  $(a_1; a_2; a_3)$ , lo recomendable es expresar los NBT bajo la forma de  $\alpha$ -cortes para cada nivel de presunción  $\alpha \in [0; 1]$ . Sólo como referencia, es necesario recordar que la forma  $\alpha$ -cortes es otra manera de expresar un NBT de la forma:  $(a_1; a_2; a_3)$ , utilizando dos funciones algebraicas colocadas como intervalo de confianza para cada nivel de presunción  $\alpha$ , tal como:

$$[a_1 + (a_2 - a_1) \alpha ; a_3 - (a_3 - a_2) \alpha]$$

Con esto, para cada nivel de  $\alpha = 1; 0,9; 0,8; 0,7; \dots; 0,1; 0$  se construyen una tablas que permite visualizar mejor el par nivel de presunción-intervalo de confianza. Al tener 11 valores de  $\alpha$ , se puede decir que están expresadas las magnitudes en un sistema endecadario.

La expresión para calcular el CLV bajo esta forma de trabajar la información es:

$$\tilde{CLV} = \left[ \sum_{n=1}^N \tilde{I}_n(\alpha) \tilde{CB}_n \right] - \tilde{CC}$$

**Ecuación No.2 Valor del consumidor expresado con números borrosos triangulares (NBT) las tasas, costes y ventas inciertas en forma de  $\alpha$  - cortes**

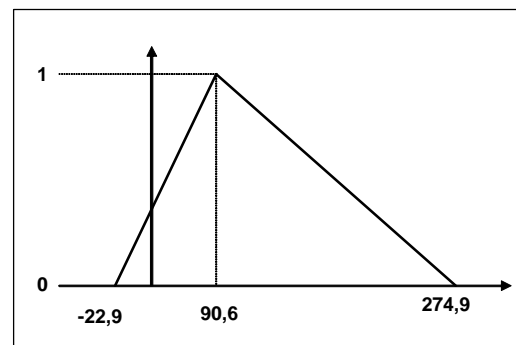
Donde  $\tilde{I}_n(\alpha)$   $\tilde{CB}_n$  son las contribuciones brutas actualizadas en el sistema endecadario

$\tilde{CC}$  son los costes de captación al inicio de la relación

En este caso, el valor del cliente (CLV) no es un número cierto o un sólo intervalo de confianza como en los ejemplos anteriores, ahora se presenta como un conjunto de intervalos de confianza para cada nivel asignado a  $\alpha$ .

Esperando que el anterior ejemplo numérico haya resultado ilustrativo para comprender la contribución a los modelos existentes sobre el CLV, vamos a omitir en esta ocasión mostrar los datos de otro ejemplo numérico. No obstante, como resultado de dicho ejercicio, vemos que la forma que adquiere el valor del cliente esta en la tabla siguiente y su representación gráfica es un triángulo.

Nivel de Presunción $\alpha$	CLV $\tilde{\phantom{x}}$	CLV $\tilde{\phantom{x}}$
1	90,6	90,6
0,9	78,9	108,5
0,8	67,3	126,6
0,7	55,7	144,7
0,6	44,2	163,1
0,5	32,9	181,4
0,4	21,5	199,9
0,3	10,3	218,4
0,2	-0,8	237,1
0,1	-11,9	256,0
0	-22,9	274,9



El cliente, durante el tiempo que dura la relación con la empresa se espera tener un valor económico con el nivel más bajo de presunción  $\alpha = 0$  (escenario pesimista) en el peor de los casos de -22,9 u.m., pero no superior en el mejor de los casos a 274,9 u.m. Además se espera con un máximo de presunción  $\alpha = 1$  (escenario optimista) que el valor

económico del cliente sea de 90,6 u.m. Y no tan sólo tenemos los casos extremos, tenemos el valor económico del cliente para cada nivel de presunción en [0,1]. Todo como resultado de la incertidumbre incorporada en el desarrollo del cálculo del valor del cliente.

Con estos modelos descritos brevemente, hemos cubierto una primera etapa en el largo camino del estudio del CLV. Cabe recordar que en todos ellos, se ha contemplado el tiempo como un dato cierto, es decir, existe una relación contractual para un determinado número de periodos (meses, años, etcétera). Pero si el tiempo se considera como incierto, sobre todo en relaciones no contractuales, entonces es el momento de estudiar a dicha variable bajo la óptica de la incertidumbre.

***El tiempo o duración del cliente en la empresa con estimaciones inciertas.***

Sin lugar a duda, la situación de mayor incertidumbre se presenta cuando existe una relación no contractual con la empresa.

A este respecto, en la literatura se encontraron mecanismos tales como el Modelo Pareto/NBD que permite calcular la probabilidad de que un cliente se encuentre activo o “vivo” con la empresa en un determinado momento. Se comentó que para poder utilizar estos instrumentos, es necesaria una gran cantidad de datos previos (datos históricos), además de la necesidad de estimar unos parámetros para poder aplicar de forma adecuada el modelo de Pareto/NBD.

Lo anterior nos condujo a plantear la siguiente pregunta: ¿cómo determinar la duración del cliente cuando no podemos aplicar dichos instrumentos ya que provienen de esquemas aleatorios o estocásticos?. Es el momento en el que el tiempo o duración del cliente debe ser estudiado bajo la óptica de la incertidumbre.

Para resolver el problema, recurrimos a varios trabajos realizados por dos grandes autores mencionados al inicio: Kaufmann y Gil Aluja quienes han sabido transformar instrumentos ya empleados en el ámbito de la certeza o de lo probable para aplicarlos a la incertidumbre.

Kaufmann y Gil Aluja (1992) establecen una clara diferencia entre probabilidad y posibilidad. Mencionan que cuando se establece una medida de probabilidad, es aceptada como objetiva y, por tanto aceptada por todo el mundo. La noción de probabilidad se halla ligada a la de azar o aleatoriedad regida por sus propias leyes. En cambio el término posibilidad, definida por el profesor Lofti Zadeh, introductor de la idea borrosa en 1965, es una de las muchas valuaciones propias de la teoría de los subconjuntos borrosos; es por tanto un dato subjetivo. Por lo anterior, utilizamos el término posible en ausencia de una medida objetiva.

Con esto en mente, se propone la metodología Fuzzy-Delphi modificada por los autores Kaufmann y Gil Aluja (1986) de la versión Delphi original de los años sesenta puesta en marcha en los Estados Unidos. En el caso que nos ocupa, a cada experto que participa en el Delphi se le solicita que emita el momento (o periodo) más próximo, el momento de mayor posibilidad y el momento más lejano para que un cliente abandone la empresa definitivamente. Dichos momentos o periodos son discretos y pueden ser: semanas, meses, años, etcétera, según el caso.

Con las respuestas de un grupo hipotético de expertos en un ejemplo numérico y en varias rondas, para reducir discrepancias, llegamos a un resultado promedio que sería un número borroso triangular medio:

$$E = [2,7; 4,8; 7,7]$$

~

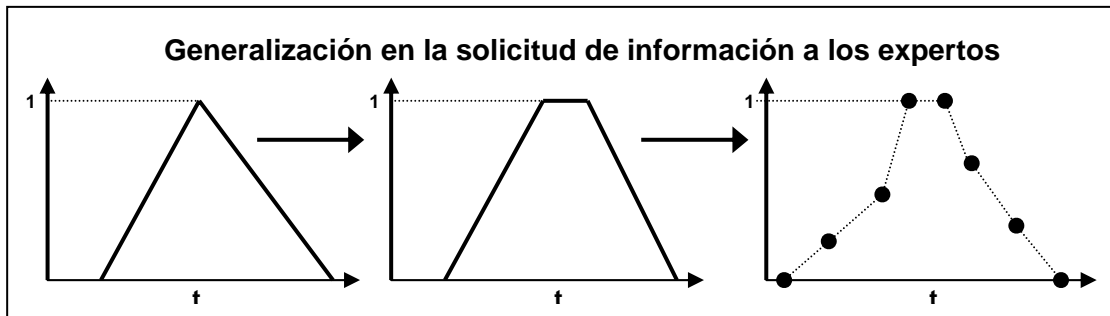
Para llegar a un resultado con mayor convencimiento, se propuso realizar un análisis llamado “contraexpertizaje”, con la finalidad de que otros expertos opinen sobre los primeros y en su caso reducir el grado de incertidumbre sin perder información comprimiendo el intervalo original. En el ejemplo numérico desarrollado en la investigación, del intervalo [2,7; 7,7] se redujo a [4,65; 5,4] . Con este resultado, y dejando caer la entropía hasta el final de los procesos, podemos calcular el punto medio del

intervalo [4,65; 5,4], de esta forma podemos decir que el tiempo posible para que un cliente se retire definitivamente de la empresa se sitúa alrededor del momento o periodo 5,02.

Con otro ejemplo numérico y con la intención de dar mayor libertad de expresión a los expertos que participan en el Fuzzy-Delphi, se realizaron los ajustes necesarios para solicitar el momento más próximo, el momento más lejano de retirada y el intervalo de momentos o periodos de mayor presunción para la retirada del cliente, a través de los números borrosos trapezoidales (NBTp).

Al indicar Kaufmann y Gil Aluja (1987) que un subconjunto aleatorio borroso es una generalización del concepto de subconjunto borroso, se propone el desarrollo de un conjunto de leyes de posibilidad de vida que permitan realizar estimaciones en relación al tiempo o la duración del cliente con la empresa bajo incertidumbre.

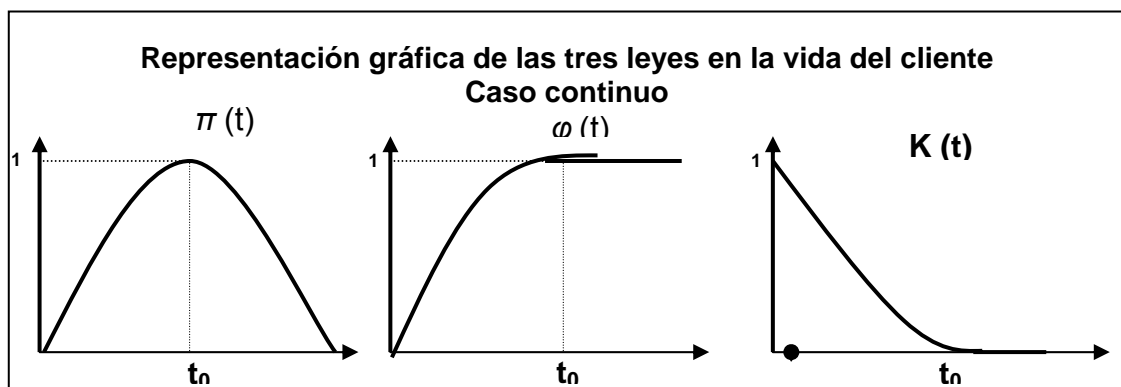
El procedimiento para obtener las leyes se inicia con un número mayor de expertos, se solicita a cada uno de ellos que emita su opinión acerca del momento o periodo de retirada del cliente expresado a través de un número borroso, siendo el descriptor de dichos números, los periodos o momentos de tiempo a considerar. La única condición o restricción impuesta a los expertos es que entre los extremos y el periodo o periodos de máxima presunción de retirada exista la convexidad. Gráficamente, lo que se pretende es generalizar la información de la siguiente forma:



Realizando una agregación de la información obtenida utilizando el concepto de subconjunto aleatorio borroso, llegamos a obtener la primera ley llamada "**Ley de posibilidad de retirada del cliente en  $t$** " y la identificamos como  $\pi(t)$ .

Obtenida esta ley, podemos deducir otras dos leyes muy relacionadas entre sí, identificadas respectivamente como  $\varphi(t)$ : "**Ley de posibilidad de retirada del cliente en  $[0,t]$** " y  $K(t)$ : "**Ley de posibilidad de estar activo o "vivo" en  $t$** ".

Cabe señalar que los ejemplos numéricos desarrollados en la investigación, están descritos en el caso discreto, pero con la finalidad de generalizar de una forma natural al caso continuo, podemos apreciar que las leyes anteriores pueden ser representadas gráficamente con formas muy parecidas a las siguientes:



La ley  $K(t)$  juega en esta teoría, el mismo papel que la “curva de supervivencia” en la teoría probabilística, utilizada en múltiples problemas en estudios de poblaciones. En el ámbito de la incertidumbre, Gil Lafuente (2004) desarrolla un modelo similar para los elementos del inmovilizado en las empresas.

Siguiendo un cuidadoso paralelismo con la probabilidad, Kaufmann y Gil Aluja (1986) definen un tipo de posibilidad condicional. En el tema que nos ocupa, podemos plantear algo similar. Es decir, la posibilidad de que habiendo llegado un cliente activo o “vivo” al momento  $t_i$ , se encuentre todavía como cliente activo  $t$  momentos después. La expresión que nos da respuesta a ello es:

$$K_{t_i}(t) = \frac{K(t_i + t)}{K(t_i)}$$

Con este resultado, damos un camino alternativo de respuesta al mismo problema planteado en términos de probabilidad condicional que resuelve el modelo de Pareto/NBD. Es decir, el modelo de Pareto/NBD permite calcular la probabilidad de que un cliente se encuentre vivo en el momento  $t$  bajo el supuesto de que está vivo en el momento  $t_i$  ( $t_i < t$ ). Recordando que por éste camino es necesaria información previa del cliente sobre sus compras más recientes y la necesidad de estimar algunos parámetros de cierta complejidad.

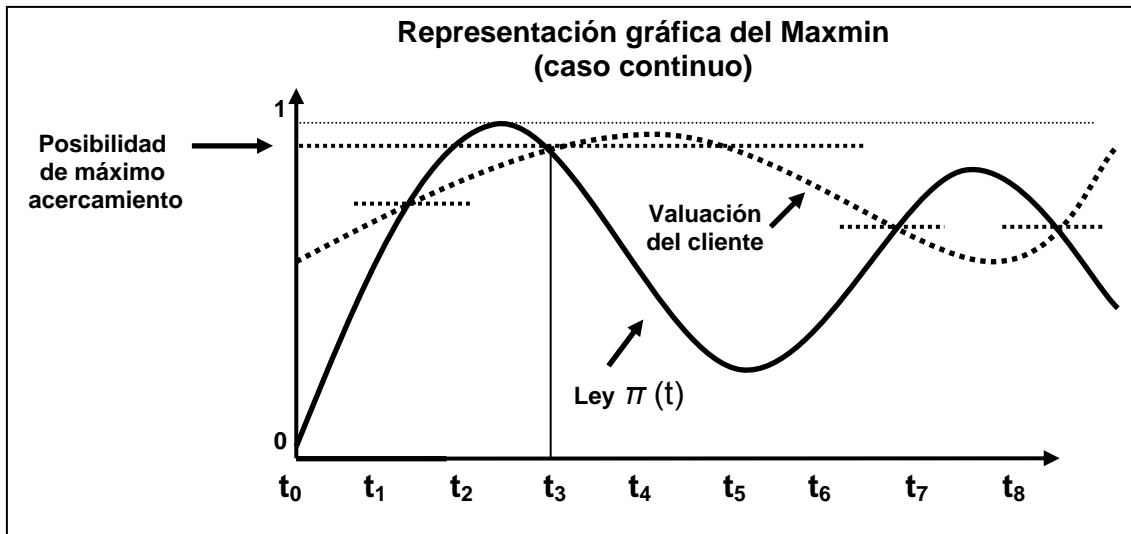
El camino que estamos proponiendo con esta metodología es una alternativa cuando no es posible utilizar probabilidades. De esta forma le damos una aplicación sencilla a la curva de supervivencia obtenida exclusivamente partiendo de las opiniones de los expertos.

Una aplicación adicional de las leyes obtenidas, es preguntarnos por la posibilidad de vida de un cliente dada una cierta ley, que en nuestro caso es un subconjunto borroso. En otras palabras, dada una ley  $\pi(t)$  y una valuación de la posibilidad de retirada de un cliente específico  $C$  en cada periodo de tiempo  $t$ , ¿Qué tan cerca esta la valuación del cliente respecto a la ley obtenida por los expertos?.

Para resolver lo anterior, se proponen dos alternativas:

1. La distancia relativa de Hamming. La cual nos da una idea de la distancia relativa entre la valuación del cliente hecha por los responsables de marketing y la ley de posibilidad de retirada en el periodo  $t$ . Dicha distancia pertenece al intervalo  $[0;1]$ , por tanto entre más pequeño es el valor, más cercano esta la opinión acerca de la retirada de ese cliente, respecto a la ley emitida por un grupo mayor de expertos.

2. Criterio Maxmin. Este operador representa el máximo acercamiento generado por las valuaciones en cada periodo entre los dos subconjuntos borrosos en comparación, siendo la ley un umbral donde las valuaciones del cliente en su subconjunto borroso no pueden ser rebasadas. El descriptor correspondiente a la casilla donde se encuentre el valor Maxmin representa el número de periodos para la retirada del cliente de mayor presunción relativa a la ley  $\pi(t)$ . La siguiente gráfica muestra un cliente con la mayor posibilidad de retirada en el periodo  $t_3$ .



## 5. Conclusiones y consideraciones de interés

Como resultado del tratamiento de la incertidumbre al realizar las estimaciones en las tasas de actualización, costes y ventas, expresadas a través de intervalos de confianza y tripletas de confianza, permite obtener límites superiores e inferiores al valor económico del cliente. En esta ocasión, el CLV no resulta ser un dato preciso pero quizás poco realista, es una cifra expresada de forma imprecisa, incierta pero no errónea.

La estimación incierta en las magnitudes involucradas en el cálculo del valor del cliente a través de los números borrosos triangulares (NBT), nos permite encontrar esas fronteras al valor económico del cliente de forma más estructurada. No tan sólo obtenemos tres valores: el límite inferior, superior y el de mayor posibilidad. Con las herramientas de la matemática de la incertidumbre podemos obtener unos límites en el valor del cliente para cada nivel de posibilidades  $\alpha$  en  $[0; 1]$ , tomado en cuenta las apreciaciones subjetivas pero muy valiosas de los responsables de marketing.

En relación al tiempo o duración del cliente con la empresa, la incertidumbre adquiere un papel protagónico en relaciones no contractuales. Al respecto, hemos propuesto un camino para poder establecer unas leyes que permitan estimar diferentes aspectos referentes a la permanencia del cliente con la empresa. La aportación en este renglón, radica en que es una alternativa viable cuando no se cuenta con los requisitos establecidos en el marco de la aleatoriedad: fecha de inicio, última fecha de compra, frecuencia de compra y muchos otros requisitos propios de los modelos probabilísticos, es suficiente la valiosa información proporcionada por los expertos.

Cabe aclarar una vez más que, no se pretende reemplazar la teoría de la probabilidad en la medición de la aleatoriedad, sino proporcionar una manera natural de trabajar con problemas en los que la fuente de imprecisión radica en la ausencia de criterios estrictos más que en la presencia de variables aleatorias o de datos ciertos.

En definitiva, con las herramientas de la teoría de la incertidumbre y los subconjuntos borrosos, hemos podido establecer una primera caja de herramientas que nos ha permitido el tránsito de la certeza a la incertidumbre transformando el modelo estructural básico, en una versión donde las magnitudes involucradas en dicho modelo son ahora expresadas como datos subjetivos e inciertos.

Insistimos una vez más que al ser la matemática de la incertidumbre una generalización de las matemáticas mecanicistas y aleatorias, se cumple la conocida proposición según la cual lo general es cierto para lo particular, pero lo particular no siempre es cierto en un supuesto general.

El camino para incorporar el tratamiento de la incertidumbre en los modelos del CLV no se ha agotado, es sólo el inicio de profundas reflexiones rigurosas en su metodología, donde la incertidumbre puede jugar un protagonismo en el desarrollo de nuevos modelos alternativos a los ya existentes desarrollados por investigadores en las áreas de marketing.

## 6. Bibliografía.

- Alet i Vilaginés, Josep (2004). *Marketing Relacional: Cómo obtener clientes leales y rentables*. Barcelona: Ediciones Gestión 2000.
- Dick, Alan; Basu, Kunal (1994). "Customer Loyalty: Toward an Integrated Conceptual Framework". *Journal of the Academy of Marketing Science*, Vol.22 No.2, p99, 15p.
- Gil Aluja, Jaime (2002). *Introducción de la Teoría de la incertidumbre en la gestión de empresas*. Vigo: Editorial Milladoiro.
- Gil Lafuente, Ana María (2004). *El análisis de las inmovilizaciones en la incertidumbre*. Barcelona: Editorial Ariel.
- Grönroos, Christian (1994). "From Marketing Mix to Relationship Marketing: Towards a Paradigm Shift in Marketing". *Management Decision*, Vol.32 No.2, p4, 17p.
- Gummesson, Evert (1996). "Relationship marketing and imaginary organizations: a synthesis". *European Journal of Marketing*, Vol.30 No.2, p31, 14p.
- Huete, Luis M.; Pérez, Andrés (2003). *Clienting: Marketing y servicios para rentabilizar la lealtad*. Barcelona: Ediciones Deusto.
- Kandampully, Jay; Duddy, Ria (1999). "Relationship marketing: a concept beyond the primary relationship". *Marketing Intelligence and Planning*, Vol.17 No.7, p315, 9p.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1992). *Técnicas de gestión de empresa: Previsiones, Decisiones y Estrategias*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Morgan, Robert M.; Hunt, Shelby D. (1994). "The Commitment-Trust Theory of Relationship Marketing". *Journal of Marketing*, Vol.58 No.3, p20, 19p.
- Pfeifer, Phillip E.; Haskins, Mark E.; Conroy, Robert M. (2005). "Customer Lifetime Value, Customer Profitability, and the Treatment of Acquisition Spending". *Journal of Managerial Issues*, Vol.17 No.1, p11, 15p.
- Reichheld, Frederick F.; Sasser, W. Earl Jr. (1990). "Zero Defections: Quality Comes to Services". *Harvard Business Review*, Vol.68 No.5, p105, 7p.
- Reichheld, Frederick F. (2002). *El efecto lealtad: Crecimiento, Beneficios y Valor último*. Barcelona: Editorial Ariel.
- Reinartz, Werner J.; Kumar, V. (2000). "On the Profitability of Long-Life Customers in a Noncontractual Setting: An Empirical Investigation and Implications for Marketing". *Journal of Marketing*, Vol.64 No.4, p17, 19p.
- Schmittlein, David C.; Morrison, Donald G.; Colombo, Richard (1987). "Counting your customers: Who are they and What will they do next?". *Management Science*, Vol.33 No.1, p1, 24p.